

文章编号 1004-924X(2007)07-1130-07

# 应用第二代 Curvelet 变换的遥感图像融合

张 强, 郭宝龙

(西安电子科技大学 机电工程学院 智能控制与图像工程研究所, 陕西 西安 710071)

**摘要:**提出了一种基于第二代 Curvelet 变换遥感图像融合算法。将具有高空间分辨力的 Pan 图像与 Ms 图像的待融合波段图像进行直方图匹配,并对直方图匹配后的 Pan 图像与待融合波段 Ms 图像分别进行 Curvelet 变换分解,得到各自的低频子带系数和各带通方向子带系数;采用一定的融合规则对 Curvelet 变换系数进行组合得到融合图像的 Curvelet 系数;最后对组合后的系数进行 Curvelet 重构得到该波段具有高空间分辨力的 Ms 图像。对 IKONOS 卫星遥感图像的仿真实验结果表明:与传统的基于亮度-色调-饱和度彩色空间变换融合算法相比,该算法使融合后的 Ms 图像整体光谱保持度提高了 10.54%,而与传统的基于小波变换的图像融算法相比,其空间质量提高了 0.81%~1.12%,有效解决了基于亮度-色调-饱和度彩色空间变换融合算法中光谱失真严重和基于小波变换图像融合算法中空间质量较低的缺点,使得融合后的 Ms 图像在最大可能地保持原始 Ms 图像光谱特性的同时,显著提高了融合图像的空间质量。

**关键词:**图像融合;第二代 Curvelet 变换;多光谱图像;全色波段图像

中图分类号:TP751 文献标识码:A

## Fusion of remote sensing images based on the second generation Curvelet transform

ZHANG Qiang, GUO Bao-long

*(Institute of Intelligent Control and Image Engineering, School of Electromechanical Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China)*

**Abstract:** A novel fusion algorithm for remote sensing image based on the second generation Curvelet transform is proposed. The histogram matching between the Pan image with high spatial resolution and the band image to be fused in the Ms images is performed to eliminate the spectral differences, and the histogram matched Pan image and the band image to be fused in the Ms images are decomposed by the Curvelet transform. Then, some fusion rules are employed to obtain the Curvelet coefficients of the fused image. Finally, the inverse Curvelet transform is performed to obtain the fused Ms image with high spatial resolution. Using the proposed method to simulate several sets of IKONOS images, experimental results demonstrate that the total spectrum preservation is improved by 10.54% compared with the Intensity-hue-saturation (IHS) transform method and the spatial quality is improved by 0.81%~1.12% compared with the Discrete Wavelet Transform (DWT) method. The proposed algorithm also can overcome the high spectrum distortion of the IHS method and the low spatial quality of

收稿日期:2006-11-11;修订日期:2007-03-21.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 60572152);国家高新技术研究发展 863 计划资助项目(No. 2006AA01Z127)

the DWT method, so that the proposed algorithm can not only improve the spatial quality of the fused Ms images effectively, but also make the fused images in little spectrum distortion.

**Key words:** image fusion; second generation Curvelet transform; multispectral image; panchromatic image

## 1 引言

图像融合是将多个不同或相同类型的成像传感器在相同时间或不同时间获取的同一场景的多幅图像信息加以综合和提取,从而产生比任何单一图像信息对景物更加精确的描述<sup>[1]</sup>。目前,图像融合技术已经广泛应用于遥感、智能机器人和工业检测等领域<sup>[2-4]</sup>。在遥感应用中,具有丰富光谱信息的多光谱(Multispectral, Ms)图像与具有高空间分辨率的全色波段(Panchromatic, Pan)图像的融合就是利用它们各自的互补信息获得具有高空间分辨率的 Ms 图像,以提高对图像的信息分析和提取能力,融合后的 Ms 图像不仅应具有较高的几何信息内容,同时还应保持有良好的光谱信息质量,避免光谱特性畸变的发生。

传统的遥感图像融合算法包括基于亮度-色调-饱和度(Intensity-Hue-Saturation, IHS)变换、基于主成份分析(Principal Component Analysis, PCA)以及基于 Brovey 变换的图像融合算法<sup>[5]</sup>。此类算法能够获得具有较高空间质量的融合图像,但光谱特性失真严重。近年来,基于小波变换的多尺度分解方法被用于遥感图像的融合中<sup>[2,6,7]</sup>,并取得了巨大的成功。基于小波变换的图像融合算法有效解决了传统融合算法中的光谱失真问题。然而,采用由一维小波张量积构成的二维小波,其基是“各向同性”(Isotropy)的,无法精确表达图像中边缘的方向,也无法实现对图像的稀疏表示,这使得融合后的 Ms 图像易引入“块”效应或高频噪声,从而在一定程度上降低了融合图像的空间质量<sup>[8]</sup>。

Candès E. J. 和 Donoho D. L. 于 2000 年首次提出了 Curvelet 变换理论<sup>[9]</sup>,也称为第一代 Curvelet 变换,该理论由 Ridgelet 理论<sup>[10]</sup>衍生而来,是由一种特殊的滤波过程和多尺度 Ridgelet 变换组合而成。相对于小波变换,Curvelet 变换不仅具有良好的多尺度、空域和频域局部特性,还具有多方向特性,能够更为精确地表示图像边缘

的方向,在给定相同的重构精度下可以接近最优地表示图像边缘和平滑区域。但是,第一代 Curvelet 变换的数字实现比较复杂,需要子带分解、平滑处理、正规化和 Ridgelet 变换等一系列步骤,并且其冗余度高达  $16J + 1$  ( $J$  为分解级数)<sup>[9]</sup>。为此,Candès E. J. 等人又提出了一种更易于数字实现、更便于理解的快速 Curvelet 变换,即第二代 Curvelet 变换<sup>[11]</sup>。本文在综合分析了 Curvelet 变换的基础上提出了一种基于第二代 Curvelet 变换的遥感图像融合算法,该算法有效克服了基于 IHS 变换和小波变换的图像融合算法中的不足。

## 2 第二代 Curvelet 变换<sup>[11-12]</sup>

第二代 Curvelet 变换与第一代 Curvelet 变换不同的是在实现过程中没有引入 Ridgelet 变换,而是在频域中直接给出了 Curvelet 基的具体表示形式,可以说是一种真正意义上的 Curvelet 变换。在此基础上文献<sup>[12]</sup>给出了其快速离散实现算法。

在给出二维 Curvelet 函数的定义之前,首先在频域定义窗函数  $\tilde{U}_j(\boldsymbol{\omega})$ :

$$\tilde{U}_j(\boldsymbol{\omega}) = \tilde{U}_j(\omega_1, \omega_2) = \boldsymbol{\Psi}_j(\omega_1) V_j(\boldsymbol{\omega}), \quad (1)$$

其中,  $\psi_j(\omega_1) = \psi(2^{-j}\omega_1)$ ,  $\psi(\omega_1) = \sqrt{\phi(\omega_1/2)^2 - \phi(\omega_1)^2}$ , 且  $\phi(x)$  为一维低通窗函数;  $V_j(\boldsymbol{\omega}) = V(2^{[j/2]}\omega_2/\omega_1)$ ,  $V(x)$  是定义域为  $[-1, +1]$  的实值函数,且满足  $\sum_{m=-\infty}^{+\infty} V^2(t-m) = 1$ 。

$\tilde{U}_j(\boldsymbol{\omega})$  函数的在频域支撑区间近似为  $\{(\omega_1, \omega_2) : 2^j \leq |\omega_1| \leq 2^{j+1}, -2^{-j/2} \leq \omega_2/\omega_1 \leq 2^{-j/2}\}$ 。

频域中,在尺度  $2^{-j}$ , 方向角度  $\theta_l$  和位置  $\omega_k^{(j,l)} = \mathbf{R}_{\theta_l}^{-T} \mathbf{b} = \mathbf{R}_{\theta_l}^{-T}(k_1 \cdot 2^{-j}, k_2 \cdot 2^{-j/2})$  处二维 Curvelet 函数定义为:

$$\tilde{\varphi}_{j,l,k}(\boldsymbol{\omega}) = \tilde{\varphi}_{j,l,k}(\omega_1, \omega_2) = \tilde{U}_j(\mathbf{S}_{\theta_l}^{-1} \boldsymbol{\omega}) e^{-i\langle \mathbf{S}_{\theta_l}^{-T} \mathbf{b}, \boldsymbol{\omega} \rangle}, \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{b} = (k_1 \cdot 2^{-j}, k_2 \cdot 2^{-j/2})$ ,  $\mathbf{S}_{\theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\tan \theta & 1 \end{bmatrix}$ ,

而最“粗糙”尺度(低频区域),位置  $\mathbf{b}_0 = (2^{-j_0} k_1, 2^{-j_0} k_2)$  处 Curvelet 函数定义为:

$$\tilde{\varphi}_{j_0, k}(\boldsymbol{\omega}) = \tilde{\varphi}_{j_0, k_1, k_2}(\omega_1, \omega_2) = \phi(2^{-j_0} \omega_1) \phi(2^{-j_0} \omega_2) e^{-i(\mathbf{b}_0 \cdot \boldsymbol{\omega})}, \quad (3)$$

通过比较式(2)和(3)可以得出,最“粗糙”尺度下 Curvelet 函数相对于其它尺度下 Curvelet 函数定义不同的是没有引入方向参数,因而在低频区域内, Curvelet 变换与小波变换相似,其基满足各向同性特点。而在  $j$  尺度下, Curvelet 变换等斜率间隔地将该尺度下频带划分为  $2^{j/2}$  个大小为  $2^j \times 2^{j/2}$  楔形区域,整个频带划分如图 1 所示。

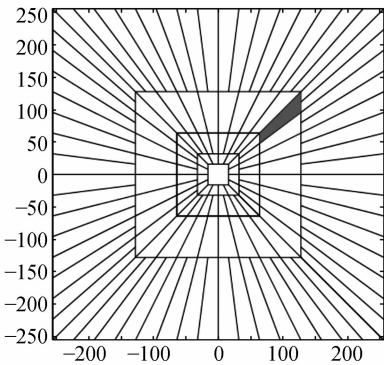


图 1 Curvelet 变换频带划分示意图(图中阴影部分表示某尺度、方向下 Curvelet 函数支撑区间)

Fig. 1 Curvelet tiling of the frequency plane(In Fourier space, Curvelets are supported near a parabolic wedge, and the shaded area represents a generic wedge)

二维连续函数  $f(x) = f(x_1, x_2)$  的 Curvelet 变换定义如式(4)所示<sup>[12]</sup>:

$$c(j, l, k) = \langle f(x), \varphi_{j, l, k} \rangle = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \tilde{f}(\mathbf{S}_{\theta_l} \boldsymbol{\omega}) \tilde{U}_j(\boldsymbol{\omega}) e^{i(\mathbf{b}_0 \cdot \boldsymbol{\omega})} d\boldsymbol{\omega}, \quad (4)$$

相应的离散情况下 Curvelet 变换定义如式(5)所示:

$$c^D(j, l, k) = \frac{1}{L_{1, j} L_{2, j}} \times \sum_{n_1, n_2 \in P_j} \tilde{f}(n_1, n_2 - n_1 \tan \theta_l) \tilde{U}_j(n_1, n_2) e^{i2\pi(k_1 n_1 / L_{1, j} + k_2 n_2 / L_{2, j})}, \quad (5)$$

其中,  $P_j = \{(n_1, n_2) : n_{1,0} \leq n_1 < n_{1,0} + L_{1, j}, n_{2,0} \leq n_2 < n_{2,0} + L_{2, j}\}$  为窗函数  $\tilde{U}_j(n_1, n_2)$  的支撑区间,且  $L_{1, j} \approx 2^j, L_{2, j} \approx 2^{j/2}$ ;  $\tilde{f}(n_1, n_2)$  为二维离散信号的离散傅里叶变换,  $-N/2 \leq n_1, n_2 < N/2$ 。

式(5)也就给出了一种采用 FFT 对图像

$f(t_1, t_2)$  进行快速离散 Curvelet 变换算法<sup>[12]</sup>:

(1) 对图像  $f(t_1, t_2)$  进行二维 FFT, 得到序列  $\tilde{f}(n_1, n_2)$ ,  $-N/2 \leq n_1, n_2 < N/2$

(2) 针对不同的尺度  $j$  和方向  $\theta_l$ , 对  $\tilde{f}(n_1, n_2)$  进行重采样或插值得到  $\tilde{f}(n_1, n_2 - n_1 \tan \theta_l)$ , 其中  $(n_1, n_2) \in P_j$

(3) 使  $\tilde{f}(n_1, n_2 - n_1 \tan \theta_l)$  与窗函数  $\tilde{U}_j(n_1, n_2)$  相乘得到新的序列  $\tilde{f}(n_1, n_2 - n_1 \tan \theta_l) \tilde{U}_j(n_1, n_2)$ , 再进行  $L_{1, j} \times L_{2, j}$  点二维逆 FFT, 从而得到尺度  $j$ 、方向  $l$  和位置  $\mathbf{k} = (k_1, k_2)$  下的离散 Curvelet 变换系数  $c^D(j, l, k)$ 。

### 3 基于第二代 Curvelet 变换图像融合算法

假设在图像融合之前, Ms 图像与 Pan 图像已经经过严格的空配准。本文提出的基于第二代 Curvelet 变换遥感图像融合算法具体可分为如下几个步骤:

(1) 将 Ms 图像中待融合波段图像  $Ms_k (k = 1, 2, 3, 4, \dots)$  进行双线性插值, 得到与 Pan 图像具有相同像元尺寸的 Ms 图像  $Ms_k^{\text{low}}$ ;

(2) 将原始高空间分辨率 Pan 图像与  $Ms_k^{\text{low}}$  图像进行直方图匹配, 以得到一个新的与  $Ms_k^{\text{low}}$  具有相同直方图分布的高分辨率图像  $Pan'$ ;

(3) 对  $Ms_k^{\text{low}}$  与  $Pan'$  分别进行  $J$  级 Curvelet 变换得到不同频带范围内的 Curvelet 变换系数  $\{C_{j_0}^{\text{Ms}}(m, n), C_{j, r}^{\text{Ms}}(m, n) (j \geq j_0)\}$  和  $\{C_{j_0}^{\text{Pan}}(m, n), C_{j, r}^{\text{Pan}}(m, n) (j \geq j_0)\}$ , 其中  $C_{j_0}(m, n)$  表示低频子带系数,  $C_{j, r}(m, n)$  表示尺度  $j$ 、方向  $r$  下子带系数。

(4) 采用一定的融合规则对得到的 Curvelet 变换系数进行组合, 得到融合图像的 Curvelet 变换系数。在高空间分辨率 Pan 图像中, 地面分辨率几何信息主要集中在图像的各带通方向子带中。因此, 为了提高 Ms 图像的地面分辨率, 融合后 Ms 图像的各带通方向子带系数  $C_{j, r}^{\text{Ms}}(m, n)$  可由  $Pan'$  图像的各带通方向子带系数得到, 如式(6)所示。为了使融合 Ms 图像的光谱特性与原始 Ms 图像的光谱特性保持一致, 融合后 Ms 图像的低频子带系数  $C_{j_0}^{\text{Ms}}(m, n)$  可由  $Ms_k^{\text{low}}$  图像的低频子带系数得到, 如式(7)所示。

$$C_{j,r}^F(m,n) = C_{j,r}^{Pan}(m,n), \quad (6)$$

$$C_{j_0}^F(m,n) = C_{j_0}^{Ms}(m,n). \quad (7)$$

(5) 将得到的 Curvelet 变换系数  $\{C_{j_0}^F(m,n), C_{j,r}^F(m,n) (j \geq j_0)\}$  进行 Curvelet 逆变换,从而得到  $k$  波段具有高空间分辨率  $M_s$  图像  $M_{s_k}^{high}$ 。

### 4 实验结果及其分析

为了验证该算法的正确性和有效性,本文采

用了 IKONOS 卫星图像进行了仿真实验。同时为了更好地进行比较,本文还采用了基于 IHS 变换、基于正交离散小波变换图像融合算法进行仿真实验。IKONOS 卫星包括红 (Red)、绿 (Green)、蓝 (Blue) 和近红外 (Near Infrared, NIR) 四个波段的  $M_s$  图像和一个全色波段图像,其空间分辨率分别为 4 m 和 1 m。图 2(a)、(b)、(c) 分别给出了原始 Pan 图像及其经过双线性插值后的  $M_s$  图像。图 2(d)、(g) 为采用基于 IHS



(a)原始 Pan 图像

(a)Original Pan image



(b)重采样后的 R-G-B 组合  $M_s$  图像

(b) Resampled Ms images (R-G-B)



(c)重采样后的 NIR-R-G 组合  $M_s$  图像

(c) Resampled Ms images (NIR-R-G)



(d)基于 IHS 变换的融合结果(R-G-B 组合)

(d)Results of IHS method



(e)基于 DWT 的融合结果(R-G-B 组合)

(e)Results of DWT method



(f)本文算法的融合结果(R-G-B 组合)

(f)Results of proposed method



(g)基于 IHS 变换的融合结果 (NIR-R-G 组合)

(g)Results of IHS method



(h)基于 DWT 的融合结果 (NIR-R-G 组合)

(h)Results of DWT method



(i)本文算法的融合结果 (NIR-R-G 组合)

(i)Results of proposed method

图 2 全色波段图像与多光谱图像及其融合结果

Fig. 2 Panchromatic and multispectral images and their fusion results

变换的融合算法得到的融合图像。图 2(e)、(h) 为采用基于小波变换融合算法得到的融合图像。图 2(f)、(i) 为本文算法得到的融合结果图像。从融合结果图像可以看出, 融合后的 Ms 图像较原始的 Ms 图像在空间质量方面都有着较大的提高。然而, 采用基于 IHS 变换融合算法得到的融合图像部分区域, 尤其是植被区域, 光谱失真较为严重。而采用基于小波变换和本文提出的融合算法得到 Ms 图像都能够有效保留原始 Ms 图像中的光谱信息。通过仔细比较后面两种融合算法的融合结果可以发现图 2(e)、(h) 相对于原始图像引入了一定的“虚假”信息, 如图中方框中对应的内容, 而在图 2(f)、(i) 中有效避免了这种“虚假”信息的引入, 不仅能够很好地显示源图像中的各种信息, 而且还能够更好地将 Pan 图像的细节信息与 Ms 图像的光谱信息融合在一起。如前所述, 这正是由于小波变换基是各向同性, 无法稀疏表示图像中边缘和平滑区域所导致的, 而 Curvelet 变换由于具有多方向特性, 对描述图像的边缘特征具有更好的方向辨识能力, 其“稀疏”表达能力能够使变换后能量更加集中, 更有利于跟踪和捕捉图像中重要特征<sup>[13]</sup>, 因而得到了更高的融合性能。

为了更好地评价融合算法的性能, 本文采用了信息熵(E)、空间相关系数(sCC)<sup>[14]</sup>、通用图像指数(UIQI)<sup>[15]</sup>以及整体图像质量(Q4)<sup>[16]</sup>四个特征量对融合结果进行客观评价。图像的信息熵值是反映图像信息丰富程度的一个重要指标, 熵值越大在一定程度上表示图像所含的平均信息量越大。sCC 值反映了融合后各波段 Ms 图像的空间细节信息与 Pan 图像空间细节信息之间的相关程度, 在一定程度上表征了融合后 Ms 图像空间质量提高的程度。sCC 值越高表明越多的 Pan 图像的细节信息添加到 Ms 图像中去, 从而表明融合图像空间质量提高的程度越大。UIQI 值反映了各波段原始 Ms 图像与融合后 Ms 图像之间的相似程度, 从而表征了各波段融合后 Ms 图像光谱保持程度。Q4 值反映了原始 Ms 图像与融合后 Ms 图像之间的整体相似程度, 进而可以在一定程度上表征融合后 Ms 图像与原始 Ms 图像

之间的光谱一致性程度。UIQI 值和 Q4 值越高, 表示融合后 Ms 图像相对于原始 Ms 图像光谱失真越小, 融合性能越高。

表 1 测试实验性能比较数据

Tab. 1 Comparison of various fusion methods in experiment

统计参数	波段	信息熵	sCC 值	UIQI 值	Q4 值
基于 IHS 变换融合算法结果	R	7.5136	0.9740	0.7646	0.7967
	G	7.5111	0.9746	0.7728	
	B	7.3333	0.9740	0.6991	
	NIR	7.3844	0.9765	0.8678	
基于 DWT 融合算法结果	R	7.6439	0.9532	0.8703	0.8735
	G	7.6735	0.9682	0.8734	
	B	7.4451	0.9701	0.8662	
	NIR	7.3027	0.9765	0.8650	
本文算法融合结果	R	7.6473	0.9616	0.8805	0.8807
	G	7.6735	0.9760	0.8826	
	B	7.4451	0.9801	0.8785	
	NIR	7.3027	0.9874	0.8803	

表 1 给出了各种融合算法的性能比较数据。从表 1 中的实验数据可以看出, 本文提出的图像融合算法在光谱保持和空间质量提高方面较基于 IHS 变换融合算法和小波变换的融合算法都有着不同程度的提高。相对于基于 IHS 变换的融合算法, 融合后的各波段 Ms 图像 UIQI 值分别提高 15.11%、14.21%、25.66% 和 1.44%, Q4 值提高了 10.54%。相对于基于小波变换的图像融合算法, 融合后的各波段 Ms 图像与 Pan 图像之间的 sCC 值分别提高了 0.88%、0.81%、1.03% 和 1.12%。结果表明本文提出的融合算法能够同时克服基于 IHS 变换融合算法的光谱失真严重和基于小波变换融合算法中空间质量较低的缺点。

## 5 结 论

Curvelet 变换作为一种新的多尺度几何分析工具, 不仅具有良好的多尺度、空域和频域局部特性, 还具有多方向特性, 能够将图像分解到不同方向频带范围内, 更为精确地表示图像边缘的方向, 能够有效、稀疏地对图像进行表示, 并且第二代 Curvelet 变换相对于第一代 Curvelet 变换更

利于理解和快速数字实现。因此,本文将 Curvelet 变换应用于遥感影像融合中,提出了一种基于第二代 Curvelet 变换的 Pan 图像与 Ms 图像融合算法,并对 IKONOS 卫星图像进行了仿真实验。实验结果表明,该算法不仅能够很好地保持原始 Ms 图像的光谱特性,还能够显著提高融合图像

的空间质量,有效解决了基于 IHS 变换融合算法中光谱失真严重和基于小波变换图像融合算法中空间质量较低的缺点。相对于 IHS 变换融合算法,融合后的 Ms 图像整体光谱保持度提高了 10.54%;相对于小波变换融合算法,融合后的 Ms 图像空间质量提高了 0.81%~1.12%。

## 参考文献:

- [1] 楚恒,朱维乐. 基于 DCT 变换的图像融合算法研究[J]. 光学精密工程,2006,14(2):266-273.  
CHU H, ZHU W L. Image fusion algorithms using discrete cosine transform [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006,14(2):266-273. (in Chinese)
- [2] 付炜,邢广忠,侯蓝天,等. 遥感图像双正交小波的数据融合模式研究[J]. 中国图象图形学报,2005,10(3):378-381.  
FU W, XING G ZH, HOU L T, *et al.*. Research on data fusion model of biorthogonal wavelet for remote sensing image [J]. *Journal of Image and Graphics*, 2005, 10(3): 378-381. (in Chinese)
- [3] 戴毅,颜国正,甘贤海. 基于概率方法的多微型机器人分布式定位[J]. 光学精密工程,2005,13(6):709-714.  
DAI Y, YAN G ZH, GAN X H. Distributed localization of multi micro robots based on probabilistic approach [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2005,13(6):709-714. (in Chinese)
- [4] 王欣,于晓,隋永新,等. 基于多小波的图像处理在电晕检测中的应用[J]. 光学精密工程,2006,14(4):714-719.  
WANG X, YU X, SUI Y X, *et al.*. Application of multiwavelet based image processing to corona detection [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14(4): 714-719. (in Chinese)
- [5] POHL C, GENDEREN J L. Multisensor image fusion in remote sensing: concepts, methods and applications [J]. *INT. J. Remote Sensing*, 1998, 9(5):823-854.
- [6] NUÑEZ J, OTAZU X, FORS O, *et al.*. Multiresolution-based image fusion with additive wavelet decomposition [J]. *IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing*, 1999, 37(3): 1204-1211.
- [7] GARZELLI A, AIAZZI B. Interband structure modeling for oversampled multiresolution analysis-based pan-sharpening of very high resolution multispectral images [J]. *SPIE*, 2003, 5207:678-689.
- [8] 张强,郭宝龙. 一种基于 Curvelet 变换多传感器图像融合算法[J]. 光电子·激光,2006,17(9):1123-1127.  
ZHANG Q, GUO B L. Fusion of multisensor images based on the Curvelet transform [J]. *Journal of Optoelectronics · Laser*, 2006, 17(9): 1123-1127. (in Chinese)
- [9] DONOHO D L, DUNCAN M R. Digital curvelet transform: strategy, implementation and experiments [J]. *SPIE*, 2000, 4056:12-29.
- [10] CANDÈS E J. *Ridgelet: theory and applications* [D]. Stanford:Department of Statistics, Stanford University, 1998.
- [11] CANDÈS E J, DONOHO D L. New tight frames of curvelets and optimal representations of objects with piecewise-C2 singularities[J]. *Comm. on Pure and Appl. Math.*, 2004,57:219-266.
- [12] CANDÈS E J, DONOHO D L, YING L. Fast discrete curvelet transforms[R]. *California:Applied and Computational Mathematics, California Institute of Technology*, 2005.
- [13] 李晖晖,郭雷,刘航. 基于第二代 Curvelet 变换的图像融合研究[J]. 光学学报,2006,26(5):657-662.  
LI H H, GUO L, LIU H. Research on image fusion based on the second generation curvelet transform [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, 26(5):657-662. (in Chinese)
- [14] MARIA G A, JOSE L S, RAQUEL G C, *et al.*. Fusion of multispectral and panchromatic images using im-

proved IHS and PCA mergers based on wavelet decomposition [J]. *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, 2004, 42(6):1291-1299.

[15] WANG ZH, BOVIK A C. A universal image quality index[J]. *IEEE Signal Process. Lett.*, 2002, 9(3): 81-84.

[16] ALPARONE L, BARONTI S, GARZELLI A. A global quality measurement of pan-sharpened multispectral imagery[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Lett.*, 2004, 1(4):313-317.

**作者简介:**张 强(1979—),男,山东枣庄人,讲师,博士研究生,研究方向为图像的多尺度几何分析及其在图像融合中的应用。E-mail: zhangqiang134@163.com

郭宝龙(1962—),男,陕西人,教授,博士生导师,研究方向为图像处理和图像通信、神经网络与模式识别、智能信息处理。E-mail: blguo1199@163.com